الإمتحان الوطني التجريبي الموحد للباكالوريا المسالك الدولية
دورة 2023
- الموضوع -

ssssssssssssssssssssss SN F23

ⵜⴰⴳⵍⴷⵉⵜ ⵏ ⵍⵎⵖⵔⵉⴱ
ⵜⴰⵎⴰⵡⴰⵙⵜ ⵏ ⵓⵙⴳⵎⵉ ⴰⵏⴰⵎⵓⵔ
ⴷ ⵓⵙⵍⵎⴷ ⴰⵎⵣⵡⴰⵔⵓ ⴷ ⵜⵉⵏⵏⵉⵜ

المملكة المغربية
وزارة التربية الوطنية
والتعليم الأولي والرياضة

المادة	الرياضيات	مدة الإنجاز	2h
الشعبة أو المسلك	مسلك العلوم الاقتصادية و مسلك علوم التد بير المحاسباتي	المعامل	4

INSTRUCTIONS GENERALES

- ✓ L’utilisation de la calculatrice non programmable est autorisée ;
- ✓ Le candidat peut traiter les exercices de l’épreuve suivant l’ordre qui lui convient ;
- ✓ L’utilisation de couleur rouge de la rédaction des solutions est à éviter.

COMPOSANTES DU SUJET

L’épreuve est composée de deux exercices et un problème indépendant entre eux et répartis suivant les domaines comme suit :

Exercice 1	Suites numériques	4.5 points
Exercice 2	Calcul de probabilités.	4.5 points

Problème	Etude d’une fonction numérique, calcul intégral	11points

Exercice 1 : (4.5 points)

Soit la suite numérique $(u_n)_{n\in\mathbb{N}}$ définie par : $u_0 = 2$ et $u_{n+1} = \dfrac{5u_n}{3+2u_n}$ pour tout n de ℕ

1.a. Vérifier que pour tout n de ℕ : $u_{n+1} - 1 = \dfrac{3(u_n - 1)}{3+2u_n}$

1.b. Montrer par récurrence que pour tout n de ℕ : $u_n \succ 1$.

2.a. Montrer que pour tout n de ℕ : $u_{n+1} - u_n = \dfrac{2u_n(1-u_n)}{3+2u_n}$

2.b. Montrer que la suite $(u_n)_n$ est une suite décroissante.

2.c.Déduire que la suite $(u_n)_n$ est convergente

3.On pose pour tout n de ℕ : $v_n = \dfrac{u_n}{u_n - 1}$

3.a. Montrer que $(v_n)_n$ est une suite géométrique de raison $\dfrac{5}{3}$.

3.b. Calculer v_0 et donner v_n en fonction de n .

3.c. Vérifier que pour tout n de ℕ ; $u_n = \dfrac{v_n}{v_n - 1}$ et déduire que $u_n = \dfrac{2\left(\dfrac{5}{3}\right)^n}{2\left(\dfrac{5}{3}\right)^n - 1}$

3.d. Montrer que pour tout n de ℕ $u_n = \dfrac{2}{2-\left(\dfrac{3}{5}\right)^n}$; et déduire $\lim\limits_{n\to\infty} u_n$ (0.

Exercice 2 : (4.5 points)

Une urne contient cinq boules noires numérotées 1 ;1 ;2 ;2 ;2 et quatre boules blanches numérotées 1 ;2 2 ;2. (les boules sont indiscernables au toucher) .
On tire au hasard et simultanément <u>trois boules</u> de l'urne,

On considére les évènements suivants :
A : « les trois boules tirées sont de même de même couleur »
B : « les trois boules tirées portent le même nombre ».

1.a. Calculer la probabilité des évènements A, B et $A \cap B$.
1.b. Les deux événements A et B sont – ils indépendants ?
1.c. Sachant que les boules tirées sont de même couleur calculer la probabilité qu'elles portent le même nombre .

2. On tire simultanément <u>deux boules</u> de cette urne.
Soit X la variable aléatoire qui à chaque tirage associe la somme des nombres portés par les
boul boules tirées.

2.a.Vérifier que les valeurs prises par X sont 2,3 et 4
2.b Déterminer la loi de probabilité de X .
2.c. Calculer l'espérance mathématique de X .

Problème (11 points)

Partie1 :

On considére la fonction g **définie sur** $]0;+\infty[$ par : $g(x)=x^2-1+2x^2\ln x$

1.a. Calculer $g(1)$

1.b. Apartir du tableau de variations de g **déduire que :**

$g(x)\geq 0$ **sur** $[1;+\infty[$ **et** $g(x)\leq 0$ **sur** $]0;1]$

x	0 $\qquad$ $+\infty$
$g'(x)$	+
$g(x)$	$-1 \nearrow +\infty$

Partie 2 :

On considére la fonction f **définie sur** $]0;+\infty[$ **par**

$$f(x)=\left(x^2-1\right)\ln x$$

Soit (Cf) **la courbe représentative de la fonction** f **dans un repère orthonormé** $(O;\vec{\imath};\vec{\jmath})$

1. **Montrer que** $\lim\limits_{x\to 0^+} f(x)$ **et interpréter géométriquement le résultat obtenu.**

2. **Calculer** $\lim\limits_{x\to +\infty} f(x)$ **et montrer que** $\lim\limits_{x\to +\infty}\dfrac{f(x)}{x}=+\infty$ **et interpréter géométriquement ce résultat.**

   (Utiliser $\dfrac{f(x)}{x}=\left(\dfrac{x^2-1}{x}\right)\ln x$).

3.a. Vérifier que pour tout x **de** $]0;+\infty[$ **:** $f'(x)=\dfrac{g(x)}{x}$.

3.b.Dresser le tableau de variations de f **.**

3.c.Déterminer l'équation de la tangente à la courbe (Cf) **au point d' abscisse 1.**

4.Construire la courbe $\left(C_f\right)$ **.**

5.a.En utilisant une intégration par partie, montrer que $\int_1^2\left(x^2-1\right)\ln x\,dx=\dfrac{2}{9}(1+3\ln 2)$

5.b.Calculer l'aire du domaine plan délimité par la courbe $\left(C_f\right)$ **,l'axe des abscisses et les droites d'équations** $x=1$ **et** $x=2$ **.**